الموضوع الأول

التمرين الأول: (5نقاط) عين الاقتراح الصحيح في كل حالة من الحالات الآتية مع التعليل :

1) العدد $ln\left[(2-\sqrt{3})^{2022}\right]+ln\left[(2+\sqrt{3})^{2022}\right]$ يساوي :

أ -أ) 0 ب) 20 22 ج) 1

2) f دالة معرفة على مجال مفتوح يشمل 2،إذا كان منحنى f يقبل مماسا معادلته y=2 فان :

أ $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=1-$ ب- $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=0$ ج- $\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=+\infty$

3) حلول المعادلة التفاضلية : $y=\sqrt{2}\,y'-1$ هي الدوال المعرفة على IR بـ :

أ) $f(x)=Ce^{\sqrt{2}x}+\frac{\sqrt{2}}{2}$ ب) $f(x)=Ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x}-1$ ج) $f(x)=Ce^{\sqrt{2}x}+1$

4) الدالة g المعرفة على IR بـ: $g(x)=|x-1|(x+1)$, غير قابلة للاشتقاق عند 1 لان نهاية النسبة $\frac{g(x)-g(1)}{x-1}$:

أ)عند 1 هي $+\infty$ ب)عند 1من يمين 1 , لا تساوي النهاية عند1من يسار ج) عند 1 هي $-\infty$

5) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث تضم كل لجنة رئيسا و نائبا له ينتخبون من بين خمسة رجال و ثلاث نساء هو :أ) 56 ب- 28 ج- 64

التمرين الثاني :(4نقاط)

نعتبر D_1 ; D_2 زهرتي نرد ذات ستة أوجه حيث :

- وجوه النرد D_1 متساوية الاحتمال , أربعة منها تحمل الرقم 1 و اثنان منها تحمل الرقم 2 .
- وجوه النرد D_2 مرقمة من 1 الر 6 حيث أن احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم k هو $\frac{k}{21}$.

1- أ- إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة فما هو احتمال ظهور الرقم 2 .؟

ب- إذا رمينا النرد D_2 مرة واحدة فما هو احتمال ظهور الرقم 6 ؟.

2- إذا رمينا النردين D_1 ; D_2 معا فما هو احتمال ظهور الرقم 1 :

أ -مرة واحدة بالضبط ب) مرتين

3- نرمي النردين معا و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية عدد المرات الذي يظهر فيها الرقم 2

أ عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب -احسب الأمل ألرياضياتي لهذا المتغير العشوائي

التمرين الثالث:(4نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على IN كما يلي : $u_n = \int_n^{n+1} e^{2-x}\,dx$

1 -بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = e^{2-n} - e^{1-n}$

2 -أحسب u_0 ثم برهن بمبدأ الاستدلال بالتراجع . انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

3 -برهن ان المتتالية (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها ألأول

4 أ- أحسب بدلالة n الفرق $u_{n+1} - u_n$. ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ب – استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

5 -نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

أحسب بدلالة n المجموع S_n ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الرابع : (7نقاط)

الجزء I : f دالة معرفة على IR بـ : $f(x) = \frac{\ln(1+e^x)}{e^x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث الوحدة 2cm على محور الفواصل و 5cm على محور التراتيب

1 -أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا

2 أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{x+\ln(1+e^{-x})}{e^x}$

ب) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا

3- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1;-\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{x}{1+x} - \ln(1+x)$

أ -أدرس تغيرات الدالة g على المجال $[0;+\infty[$

ب أحسب $g(0)$ ، ثم إشارة $g(x)$ من أجل x موجب تماما

4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(e^x)}{e^x}$

ب – استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها

ج- مثل بيانيا (C_f)

الجزء II : نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

1 -بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t : $\frac{1}{1+e^t} = 1 - \frac{e^t}{1+e^t}$

2 -باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن $F(x) = -\ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) - f(x) + 2\ln 2$

3 -استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x = 0\,, x = \ln 4\,, y = 0$

Nafouz

التصحيح النموذجي

التمرين الثانى(4نقاط)

1) أ- احتمال ظهور الرقم 2 هو $\frac{}{6}$ أي $\frac{1}{3}$ (0,5)

ب- ادا رمينا النرد D_2 مرة واحدة احتمال ظهور الرقم 6 هو $\frac{6}{21}$ أي $2/7$ (0,5)

2) أ- احتمال ظهور الرقم 1 مرة واحدة بالضبط اي في D_1 فقط او في D_2 فقط $\frac{4}{6}\left(1-\frac{1}{21}\right)+\frac{1}{21}\times\frac{2}{6}=\frac{82}{126}$

(0,5)

ب- مرتين في D_1 و D_2 معا $\frac{4}{6}\times\frac{1}{21}=\frac{4}{126}$ 0,5

3) قيم X هي 2,1,0 0,25

قانون احتمال المتغير العشوائي هو :

0,25

$X=x_i$	0	1	2
$P(X=x_i)$			

0,25 $P(X=0)=\frac{4}{6}\left(1-\frac{2}{21}\right)=\frac{4\times19}{126}=\frac{76}{126}$

0,25 $.P(X=1)=\frac{2}{6}\times\left(1-\frac{2}{21}\right)+\frac{2}{21}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{6}\times\frac{19}{21}+\frac{8}{126}=\frac{38+8}{126}=\frac{46}{126}$

0,25 $P(X=2)=\frac{2}{6}\times\frac{2}{21}=\frac{4}{126}$

0,75 $.E(X)=0\times\frac{76}{126}+1\times\left(\frac{46}{126}\right)+2\left(\frac{4}{126}\right)=\frac{54}{126}=\frac{3}{7}$

التمرين الثالث(4نقاط)

1 - نبين أن $_n=e^{2-n}-e^{1-n}$.

0,5 $.u_n=\int_n^{n+1}e^{2-x}dx=-[e^{2-x}]_n^{n+1}=-[e^{1-n}-e^{2-n}]=e^{2-n}-e^{1-n}$

2 - حساب u_0 *ثم البرهان بالتراجع ان* $u_n>0$.

نضع $P(n): u_n>0$

حساب $_0$: $u_0=e^2-e$ ... 0,25

المرحلة 01 : *من اجل* n=0 نجد $u_0=e^2-e$ و عليه $P(0)$ محققة

المرحلة 02 : من اجل كل عدد طبيعي n نفرض صحة $P(n)$ ونفرض صحة $P(n+1)$ ، ، *0,75*

3 - اثبات أن (u_n) متتالية هندسية

لدينا $u_{n+1}=\frac{1}{e}u_n$ ومنه (u_n) متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{e}$ و حدها الأول $u_0=e^2-e$ (0,5)

4 - أ- تعيين اتجاه تغير المتتالية (u_n)

من اجل كل عدد طبيعي n . $u_{n+1}-u_n=-(e-1)^2e^{-n}$ ،

نلاحظ $u_{n+1}-u_n<0$ وعليه المتتالية (u_n) متناقصة (0,5)

ب- الاستنتاج ان المتتالية متقاربة

بما أن (u_n) متناقصة تماما و محدودة من الاسفل بالعدد 0 فهي متقاربة $\lim_{n\to+\infty}u_n=0$ (0,5)

5 - حساب S_n :

$S_n=e^2(1-\frac{1}{e^{n+1}})$. (0,5)

$\lim_{n\to+\infty}S_n=e^2$. (0,5)

<u>التمرين الرابع (7نقاط)</u>

<u>الجزء I</u>

1- 1 $\lim_{x\to-\infty}f(x)=1$ (0,5)

التفسير الهندسي : (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته y=1 بجوار $-\infty$ (0,25)

2 - أ- لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=\frac{1}{e^x}ln[e^x(e^{-x}+1)]=\frac{x+\ln(1+e^{-x})}{e^x}$ (0,25)

ب- $\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$ (0,5)

التفسير الهندسي : (C_f) يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته y=0 بجوار $+\infty$ (0,25)

3 - أ- <u>دراسة تغيرات الدالة g</u>

النهايات $\lim_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$ (0,25)

من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$ ولدينا $g'(x)=\frac{1}{(1+x)^2}-\frac{1}{1+x}=\frac{-x}{(1+x)^2}$ ،

نلاحظ انه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;+\infty[$ $g'(x)<0$, (0,5)

ب- جدول التغيرات : لدينا g(0)=0

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		
g	0	$\searrow$

من جدول التغيرات نستنتج انه من اجل كل x من $[0;+\infty[$ g(x)<0 (0,5)

4 - أ- حساب $f'(x)$

f معرفة وقابلة للاشتقاق على IR ولدينا : $f'(x)=\frac{1}{e^x}(-ln(1+e^x)+\frac{e^x}{1+e^x})$ أي $f'(x)=\frac{g(e^x)}{e^x}$ 0,5

ومنه الدالة f اشارتها من اشارة g اي الدالة f متناقصة تماما على مجموعة تعريفها 0,25

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$			
f	1	$\searrow$	

ج- انشاء (C_f) (1)